



**Pacífico** GESTÃO DE RECURSOS

# [Carta Pacífico 7]

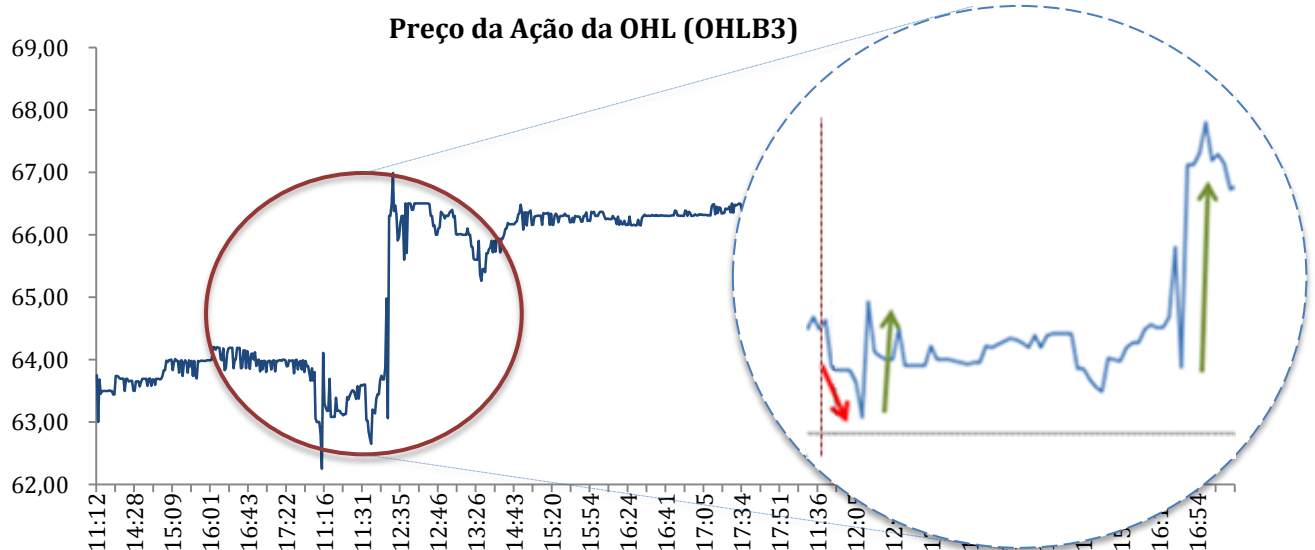
[Leilões]

Fevereiro de 2015

## Introdução<sup>1</sup>

No dia 6 de fevereiro de 2012, o governo leiloou os aeroportos de Guarulhos, Campinas e Brasília. A concorrência por Guarulhos foi particularmente acirrada. Depois da abertura dos envelopes na primeira fase do leilão, o consórcio liderado pela OHL tinha o maior lance no valor R\$5 bilhões. Às 11h00m, quando começou o pregão da bolsa de valores o preço da ação da OHL abriu em forte queda, o que é surpreendente à primeira vista. Logo em seguida começa a fase de viva-voz do leilão e outro consórcio dá um lance no valor de R\$11 bilhões, ultrapassando o lance da OHL. Quase imediatamente, o preço das ações volta ao nível da abertura. E oscila bastante até aproximadamente às 12h30m, quando o consórcio liderado pela Invepar é declarado vencedor do leilão, com um lance de mais de R\$16 bilhões. Imediatamente, o preço das ações da OHL, um dos consórcios perdedores, sobe mais de seis pontos percentuais. Para o mercado acionário, a perspectiva da OHL vencer o leilão era má notícia.

O mercado estava colocando no preço um padrão de que a OHL pagava em excesso nos leilões que participava até aquele momento. Nesse caso, vencer um leilão pode ser mau sinal: significa que o vencedor estava excessivamente otimista quanto ao valor do ativo. Essa é a chamada Maldição do Vencedor, um dos temas desta carta.



Fonte: Bloomberg

<sup>1</sup> Agradecemos aos Professores Vinicius Carrasco, do Departamento de Economia da PUC-Rio e Renato Gomes, da Université de Toulouse, pela ajuda inestimável na elaboração desta carta.

Outro tema é a importância do desenho adequado das regras de um leilão. O desenho imperfeito tem consequências ruins para o leiloeiro<sup>2</sup> e, em última instância, diminui seu lucro. Veremos, entre outros, o caso do “leilão do 4G” no Brasil realizado em junho de 2012. O desenho sequencial do leilão reduziu a agressividade dos competidores porque eles ficaram inseguros em pagar caro pela primeira licença sem saber o preço das outras. Imagine alguém que queira comprar um imóvel em um leilão onde serão leiloados vários imóveis sequencialmente. Qualquer um dos imóveis pode servir. Na primeira rodada, o comprador não sabe por quanto sairão os outros imóveis. Isso fará o comprador se sentir inseguro em pagar muito nos leilões iniciais. Se os imóveis forem leiloados simultaneamente, o comprador saberá os valores relativos, o que diminui a insegurança de “pagar muito”. Além disso, o desenho sequencial deu incentivo para que algumas operadoras tentassem influenciar a ordem que as licenças foram leiloadas, de modo a diminuir a competição pelas licenças que sobrassem para o final. Por essas razões, a Teoria de Leilões, e a prática dos leilões de espectro da *Federal Communications Commission (USA)*, desaconselha o uso de leilões sequenciais de espectro de radiotelefonia.<sup>3</sup>

Também veremos como a Teoria de Leilões está sendo utilizada na prática para gerar valor para empresas. Noventa por cento da receita da Google vem de leilões de anúncio. A empresa contrata PhDs em Economia para desenhar seus leilões de maneira inteligente para gerar a maior receita possível para a empresa.

Em suma, esta carta analisa, sempre de modo prático, as muitas facetas de um tema fascinante e espinhoso: a Teoria dos Leilões. Além da maldição do vencedor, veremos os seguintes temas: leilões sempre alocam o objeto para o comprador que dá mais valor? Que leilões são melhores para os vendedores? E para os compradores? Esta análise nos interessa como gestores por dois motivos: (i) as empresas que avaliamos usualmente participam de leilões, como concessões rodoviárias, concessões de transmissão de energia elétrica, blocos de exploração de petróleo e etc. e; (ii) avaliar se o país está maximizando sua receita, o que poderia ser uma *proxy* para a qualidade dos políticos / técnicos do governo.

Como veremos, leilões podem ser excelentes métodos de indução da concorrência mesmo em mercados que são monopólios naturais<sup>4</sup>. Como o leitor verá ao longo da carta, a Teoria dos Leilões é um desses campos da ciência social que nos torna mais humildes: muitas de nossas intuições mais apressadas tendem a ser incorretas.

---

<sup>2</sup> Para simplificação de raciocínio, sempre suporemos que o leiloeiro e o vendedor do objeto estão alinhados.

<sup>3</sup> Nos EUA usa-se tipicamente o Leilão Ascendente Simultâneo para vender espectro de radiofrequência, desenhado pelo Professor Paul Milgrom da Stanford University.

<sup>4</sup> Considere um leilão de concessão de estrada ou distribuição residencial de energia elétrica. Esses dois mercados podem muito bem ser monopólios naturais – ou seja, não é possível introduzir competição via preço *no mercado*, mas é perfeitamente possível introduzir competição via preço *no leilão*: isto é, usar um mecanismo de leilão no qual os participantes deem lances no preço que será cobrado no futuro. Em outras palavras, através do leilão, os competidores competem *a priori pelo direito de oferecer toda a oferta* que substitui a competição tradicional *a posteriori pelo direito de oferecer parte da oferta*. Essa poderosa ideia foi primeiramente apresentada por Harold Demsetz, em 1968, no seu artigo clássico, “*Why Regulate Utilities?*”, publicado *Journal of Law and Economics*.

Começaremos com um resultado já inesperado: muitas das diferentes formas de leilão são estrategicamente equivalentes. Em seguida mostraremos um resultado muito surpreendente, que ilustra a distância que pode haver entre a intuição cotidiana e o rigor teórico: o Teorema de Equivalência de Receita (TER). Sob algumas condições, não importa a regra do leilão, a receita esperada do leiloeiro será a mesma. Como era de se esperar, as condições para que o TER seja válido não se verificam com frequência na realidade. Nem por isso o resultado é inútil na prática. Muito pelo contrário. Entender, em uma dada circunstância, qual das condições do TER é violada é o melhor guia para compreender por que, em algumas circunstâncias, é melhor fazer um leilão viva-voz do que um leilão de envelope fechado.

De fato, entender o TER e suas violações nos permite analisar vários casos práticos. Deveríamos fazer bônus de assinatura, bônus mais partilha ou somente partilha em leilões de exploração de petróleo? A teoria nos ajuda a entender por que regras simples e claras se traduzem em lances mais agressivos e, portanto, mais receita para o leiloeiro. Uma de nossas primeiras aplicações é, na realidade, uma violação do TER: veremos como a maldição do vencedor – fenômeno que não ocorre se as condições do TER valem – ajuda a explicar o resultado do leilão do campo de petróleo de Libra. Na realidade, o exemplo do leilão de Guarulhos já ilustrava a maldição do vencedor<sup>5</sup>.

Mostraremos também que os leilões de múltiplos itens – como o de concessão de rodovias, espectro de radiofrequência e de ações (IPO) – apresentam desafios, assim como oportunidades, adicionais. Veremos uma aplicação prática relacionada à indústria financeira: como ideias teóricas de leilões de múltiplos itens foram aplicadas aos leilões de compra de títulos pelo Banco da Inglaterra.

## 1. Aspectos básicos dos leilões

Resumidamente, um leilão padrão é um mecanismo no qual: 1) participantes dão lances; 2) o participante que dá o maior lance vence<sup>6</sup>; 3) cada participante é chamado a pagar algo que é uma função de seu lance e do lance dos outros. Por enquanto nos restringiremos a leilões de um só objeto<sup>7</sup>.

Vários tipos comuns de leilões satisfazem essas condições, entre eles:

---

<sup>5</sup> Em equilíbrio, a maldição do vencedor não deveria se manifestar porque os participantes a antecipariam e dariam lances mais conservadores. Como sabemos, nem sempre estamos em equilíbrio.

<sup>6</sup> Interessante notar que, no caso do leilão dos aeroportos de fevereiro de 2012, não era necessariamente verdade que o maior lance por um aeroporto levaria aquele aeroporto. O objetivo do leiloeiro era maximizar a receita total *condicional* a que cada participante levasse somente um aeroporto. Por isso, era perfeitamente possível que um consórcio desse o lance mais alto em um aeroporto, mas não o levasse.

<sup>7</sup> Muitos leilões na vida real são de mais de um objeto. O leilão triplo dos aeroportos de Guarulhos, Viracopos e Brasília, em fevereiro de 2012, é um exemplo de leilão de mais de um objeto. Cada participante (consórcio) poderia comprar apenas um objeto (aeroporto), mas poderia dar lances em qualquer combinação de aeroportos. O importante é que mais de um objeto estava a ser leiloado no mesmo leilão. Ver Vinicius Carrasco e João Manoel Pinho de Mello, Leilão dos Aeroportos: o Fácil não Deveria ser o Certo? *Valor Econômico*, 26 de janeiro de 2012.

- 1) Leilão de envelope fechado de primeiro preço. Muito comum. Cada participante deposita um envelope fechado junto ao leiloeiro. O envelope que contiver o maior lance vence e o vencedor paga seu lance.
- 2) Leilão ascendente em viva-voz, também chamado de leilão inglês. Nele, os participantes dão lances ascendentes – observados por todos – e quem dá o maior lance vence. É possivelmente a forma mais comum de leilão<sup>8</sup>. Usualmente, é o que aparece em filmes e o que nos deparamos mais frequentemente em nossa vida cotidiana.
- 3) Leilão de 2º preço de envelope fechado. Menos comum. Cada participante deposita um envelope fechado junto ao leiloeiro. O envelope que contiver o maior lance vence e o vencedor paga o segundo maior lance dado.
- 4) *All-pay auction*. Leilão no qual todos os participantes pagam seu lance, independentemente de levar ou não o objeto. Este tipo de leilão não é comum na prática, mas é conveniente usá-lo para modelar inúmeras situações práticas. Por exemplo, pense em uma corrida eleitoral majoritária, onde cada participante “paga seu lance” – i.e., gasta com campanha – mas só o vencedor leva o objeto – i.e., é eleito. Isso é um *all-pay auction*.
- 5) Leilão descendente em viva-voz, também chamado de leilão holandês. Leilão no qual o leiloeiro começa com um preço alto e o reduz de maneira contínua até o instante em que o primeiro participante anuncie interesse pelo bem (gritando “levo”, por exemplo). O leilão, então, termina e o bem é alocado a esse participante que paga o preço ao qual ele anunciou interesse.

É interessante notar que algumas formas de leilões são equivalentes estrategicamente. Pense, por exemplo, nos leilões holandês e de primeiro preço de envelope fechado. No leilão holandês, um participante, sem saber quando (isto é, a que preço) os competidores anunciarão seu interesse pelo bem, deve decidir o instante no qual grita “levo”, sendo que esse instante determinará o preço que pagará caso leve o bem. No leilão de primeiro preço com envelope fechado, o participante deve decidir o lance que colocará no envelope sem saber qual o lance que os outros participantes colocaram. E seu lance determinará o preço que pagará caso vença o leilão. Segue, portanto, que a decisão de um participante é a mesma em ambos os leilões. Como consequência, ambos os leilões *sempre* gerarão os mesmo resultados. Mais importante, um leiloeiro estará indiferente entre quaisquer desses dois mecanismos.

A equivalência acima descrita não vigora para outros tipos de leilões. Consequentemente, a forma pela qual um leilão é desenhado importa para o leiloeiro. As duas perguntas centrais são: a) quais tipos de leilões garantem que o objeto é alocado para o participante que lhe

---

<sup>8</sup> Alternativamente, e de forma mais técnica, pode-se descrever como o leilão no qual o leiloeiro começa com um preço baixo e o aumenta de maneira contínua. Participantes interessados pelo bem a um dado preço corrente preço demonstram esse interesse mantendo, por exemplo, uma placa levantada. O leilão se encerra quando apenas um participante encontra-se ativo; esse participante paga o preço ao qual o último competidor desistiu.

atribui mais valor, ou seja, quais tipos produzem um resultado eficiente do ponto de vista econômico? b) o leiloeiro prefere qual tipo de leilão, ou seja, o desenho do leilão faz alguma diferença para a receita esperada pelo leiloeiro? Há duas interpretações para o fato de vermos vários tipos diferentes de leilões sendo usados na prática. Primeira: o desenho não faz a menor diferença tanto no que se refere à eficiência (pergunta a), como, e principalmente, no que se refere à receita do leiloeiro (pergunta b). Segunda: há aspectos de cada ambiente que tornam um desenho melhor do que os outros. A Teoria de Leilões sugere que a segunda interpretação é correta.

Para responder às perguntas acima, é crucial saber como são gerados os valores que os participantes do leilão atribuem ao objeto.

### 1.1 Valores privados, afiliados e comuns

Para fins ilustrativos, consideremos o problema de uma empresa que esteja interessada em adquirir os direitos de exploração de um campo de petróleo em um leilão. Há dois componentes no lucro esperado do participante do leilão. Um componente é a diferença entre o valor que o participante atribui ao campo – que chamamos de  $v$  – e o lance, ou seja, o quanto ele se propõe a pagar, que chamamos de  $b$  (*bid* em inglês).  $v - b$  é a margem de lucro.

O lucro é igual à margem multiplicada pela quantidade, que é justamente o segundo componente do lucro. Mas o que é quantidade em um leilão de um só objeto? É a chance de vencer o leilão, que é a probabilidade de que seu lance seja maior do que os lances de todos os outros participantes. O participante escolherá seu lance  $b$  para maximizar seu lucro<sup>9</sup>.

O problema do participante de um leilão é análogo ao que qualquer empresa enfrenta ao decidir qual preço cobrar. O participante do leilão enfrenta um *trade-off*: se diminuir o lance (análogo a aumentar o preço), tem margem maior mas diminui a probabilidade de vencer o leilão (“vende menos”).

A essência de sua atuação está nesses dois componentes do lucro: o valor que o participante atribui ao campo e a crença que o participante tem sobre os lances que os outros participantes darão.

---

<sup>9</sup> Em um leilão de primeiro preço, o lucro é dado pela seguinte expressão:

$$L = \underbrace{(v - b)}_{\text{margem}} \underbrace{P[b \text{ maior do que todos os outros lances}]}_{\text{quantidade}}$$

No leilão de segundo preço, o pagamento será o segundo maior lance dado, o que muda a margem. Idem para o *all-pay auction*, no qual todos os participantes pagam seus lances.

Imagine que o participante saiba exatamente qual é o verdadeiro valor do campo<sup>10</sup>. Nesse caso, dizemos que o leilão é de *valor privado*<sup>11</sup>. Além disso, suponha que ele encare os lances dos outros participantes como variáveis aleatórias independentes. Isso ocorre se o fato de um participante atribuir um determinado valor ao bem não lhe disser nada a respeito do valor que os outros participantes atribuem ao bem. Podemos pensar, por exemplo, no leilão de um objeto arte de um artista consagrado. O fato de alguém gostar de um determinado Monet não diz muito sobre o quanto os outros gostam deste Monet específico. Como o artista é bastante consagrado, sabe-se razoavelmente bem seu valor esperado de revenda no mercado secundário. Neste caso, somente as preferências artísticas e estéticas dos participantes determinarão suas valorações. E essas preferências tendem a ser independentes. Quando a minha valoração independe das outras (porque eu a sei, por exemplo) e quando as outras forem mutuamente independentes, dizemos que o leilão é de Valores Privados Independentes (VPI).

Na maior parte dos ambientes econômicos relevantes não é razoável supor que os valores sejam privados. Normalmente, o valor do bem, ou o custo de produção, são desconhecidos e saber a avaliação alheia importa. Pense em dois concorrentes em um leilão de exploração de águas profundas. Para o concorrente 1, é útil a informação de que o concorrente 2 avaliou como muito valioso o campo. No caso do leilão dos aeroportos, não só a receita era incerta, como também o custo do investimento exigido pelo governo. Por exemplo, havia uma incerteza sobre como estava a geologia sob a pista de Viracopos. No caso do leilão de Libra, a produtividade do campo também era incerta. Claro que saber a valoração da Petrobras seria útil para os outros potenciais competidores.

A manifestação estatística da “valoração interligada” é a presença de correlação entre as valorações dos participantes do leilão. Uma maneira comum de modelar tais situações é supor que cada participante  $i$  do leilão recebe um sinal sobre o valor do bem (ou o custo de provê-lo, no caso de uma licitação). O sinal é dado pelo verdadeiro valor do bem – comum a todos os participantes – acrescido de um ruído, particular a cada participante (e os ruídos, esses sim, são mutuamente independentes em termos estatísticos)<sup>12</sup>.

Para fins de ilustração, elaboremos sobre o exemplo da empresa de exploração de petróleo que considera o lance que dará pelo direito de exploração de um campo de petróleo. É

---

<sup>10</sup> Como veremos à frente, não é muito comum que o participante saiba o verdadeiro valor do bem. No caso de um campo de petróleo, por exemplo: quanto de óleo há? Contudo, às vezes é razoável que saiba. Considere uma licitação de merenda escolar: os participantes têm uma boa ideia de quanto custa produzir merendas.

<sup>11</sup> O leilão é de valor privado se a informação a respeito da valoração do participante  $j$  não disser nada a respeito da valoração do participante  $i$ . Em particular, se o participante  $i$  sabe com certeza o valor do bem, as valorações dos outros participantes serão irrelevantes (e portanto independentes).

<sup>12</sup> Em particular, escreve-se:

$$X_i = v + \varepsilon_i$$

onde  $X_i$  é o sinal que o participante  $i$  observa, ou seja, a estimativa que ele tem do valor do bem;  $v$  é o que ele gostaria de observar, o verdadeiro valor do bem. A estimativa – o sinal – está contaminada por  $\varepsilon_i$ . Logo, o participante do leilão enfrenta um problema de extração de sinal.  $X_i$  alto significa que o bem é realmente valioso – isto é, que  $v$  é alto – ou será que foi um ruído estatístico alto ( $\varepsilon_i$  alto)?

razoável supor que há bastante incerteza quanto à produtividade do campo. A empresa faz o *valuation* do prospecto e ele parece valer muito. Será que ela usou premissas corretas e por isso o  $X_i$  saiu alto? Ou será que, por alguma razão idiossincrática, alimentou-se o modelo geológico com premissas excessivamente agressivas? Saber se o  $X$  também deu alto para os outros participantes reforça a confiança do investidor  $i$  de que o  $X_i$  é alto porque o  $v$  é alto. Nesse caso, dizemos que o leilão é de *valores comuns* porque saber a valoração dos outros altera a expectativa de valoração do participante.

## 1.2 O Teorema da Equivalência de Receita (TER)

Um dos resultados mais surpreendentes das ciências sociais diz, sinteticamente, que, se as valorações são privadas e independentes e se os agentes forem todos iguais, quaisquer dois leilões que aloquem o (único) bem terão a mesma receita esperada. Em outras palavras, a forma do leilão não afeta a receita esperada de um leiloeiro que venda um único bem. Sim, é isso mesmo: um leilão de primeiro preço e envelope fechado dará ao leiloeiro a mesma receita de um leilão viva-voz ou um leilão descendente holandês, ou qualquer outra forma, de mistura de primeiro e segundo preço ou mesmo um *all-pay auction*, no qual todos pagam. Que condição garantirá que dois leilões terão as mesmas alocações (e, portanto, a mesma receita esperada sob a suposição de valores privados e independentes (VPI), segundo a TER)? Uma condição trivial é que os participantes sigam estratégias “razoáveis”, no seguinte sentido: os participantes dão lances maiores quando suas valorações são maiores.

O fato do leilão de primeiro preço e o leilão holandês gerarem a mesma receita não é surpreendente, uma vez que se sabe que são equivalentes e geram, portanto, sempre o mesmo resultado. Mas e os outros leilões? É fácil ver também que o leilão de envelope fechado de segundo preço e o leilão viva-voz inglês geram a mesma receita. No leilão de 2º preço de envelope fechado, não importa o que os outros façam, o melhor que um participante pode fazer é dar um lance exatamente igual à sua valoração (por quê? Ver apêndice). No leilão inglês em viva-voz, o melhor que um participante pode fazer é ficar no leilão até que o preço chegue à sua valoração. Em ambos os casos, o equilíbrio se dá com o participante de maior valoração levando o bem e pagando a segunda maior valoração. Portanto, a receita gerada por esses dois mecanismos é a mesma.

Mas por que, por exemplo, um leilão de envelope fechado de primeiro preço, no qual o ganhador paga o *maior* lance, gerará, em média, a mesma receita que o leilão de envelope fechado de segundo preço, no qual o ganhador paga o segundo maior lance? Em primeiro lugar, note-se que, num leilão de segundo preço, um participante faz o lance *exatamente igual* à sua valoração, enquanto num leilão de primeiro preço o participante, para ter margem positiva, tem que dar um lance *menor* que sua valoração. Em outras palavras, os lances são menos agressivos num leilão de primeiro preço: os participantes, antecipando que pagarão o lance feito caso ganhem, reduzem seus lances em relação aos dados em um leilão de segundo



preço. O surpreendente é que essa redução compense exatamente o fato de que em um leilão de primeiro preço o ganhador paga o maior lance.

Um exemplo extremo ajuda a entender por que isso é verdade. Imagine uma situação na qual os participantes de um leilão de primeiro preço conheçam as valorações de todos os outros participantes. O participante de maior valoração levará o bem desde que faça um lance igual a segunda maior valoração, para ser preciso um centavo maior. De fato, para que qualquer outro participante vencesse o leilão, este teria que fazer um lance que lhe geraria um lucro negativo. Se o participante de maior valoração fizer um lance menor que a segunda maior valoração, perderá (e isso geraria lucro zero, que por definição é menor do que o lucro que teria se fizesse lance igual à segunda maior valoração). Se fizer um lance maior que a segunda maior valoração, deixará dinheiro na mesa: terá levado o bem a um preço maior que o necessário para ganhar o leilão.

Portanto, as receitas do leiloeiro serão as mesmas num leilão de primeiro preço e de segundo preço. Para o caso em que os participantes não saibam as valorações do oponente, continuará sendo verdade que o participante de maior valoração fará o lance que, em média, corresponda à segunda maior valoração: de fato, esse é o menor lance que (em média) garantirá que ele leve o bem!

A intuição se estende para quaisquer mecanismos nos quais os participantes dão lances maiores quando suas valorações são maiores, ou seja, sempre que o mecanismo induza que o vencedor seja aquele com maior valoração pelo bem. Frente a uma alteração de regra do leilão que faça o vencedor pagar mais, os participantes serão menos agressivos e ajustarão o lance para baixo para (em média) compensar a mudança de regra. Por exemplo: se o leiloeiro adotar um leilão de primeiro preço com envelope fechado, ao invés de um leilão de segundo preço com envelope fechado, os participantes vão dar lances menos agressivos porque pagarão seus lances e não os lances dos segundo colocados. O TER diz que a menor agressividade no leilão de primeiro preço é exatamente compensada pelo fato de pagar o lance mais alto. É preciso sempre lembrar que estamos supondo que vale VPI, ou seja, os lances dos outros não são úteis para o participante avaliar o valor do objeto porque o leilão é de valor privado.

É curioso notar que a segunda maior valoração é o *menor* preço que garante a igualdade entre a oferta (representada pelo leiloeiro) e a demanda (representada pelos potenciais compradores) no mercado induzido pelo leilão. O TER nos diz que, sob a suposição de valores privados e independentes, quaisquer dos leilões listados induzirão um preço para o detentor do bem (que é, de fato, um monopolista) que é, em média, igual ao menor preço que iguala oferta à demanda.

## 2. Aplicações práticas de leilões de um objeto

### 2.1 Aplicação Prática 1: por que os leilões de objetos de arte são viva-voz?

Em leilões de arte pode haver muita incerteza a respeito do valor do objeto. Imagine um artista novo e promissor. Quanto pagar por seu quadro? Você acha que vale muito, mas não tem certeza. Em adição, há um componente comum na sua valoração e na valoração dos outros: o preço que o quadro alcançará daqui a alguns anos.

Uma maneira de mitigar a relutância em pagar muito por um quadro de um artista jovem e promissor é fazer um leilão viva-voz. Nele, você escuta seus competidores (*experts* ou apenas apreciadores) dando lances e fica mais confiante em sua própria valoração.

Esse fato – adicionado ao de que competição é sempre positiva para o preço de venda – é o motivo pelo qual os leiloeiros sempre preferem um salão cheio. Mesmo que tenham que usar de “chamarizes” como *cocktails* e afins para chegar a seu objetivo.

Justamente para mitigar essa estratégia do leiloeiro, alguns *experts* preferem fazer lances por telefone ou através de “laranjas”. O objetivo é não permitir que sua avaliação influencie outro participante a pagar mais pelo objeto que deseja adquirir.

Leilões de arte de artistas consagrados também são feitos em viva-voz e é arguível que, neste caso, a suposição de VPI (Valor Privado Independente) seja mais adequada. Pelo TER, o desenho não faria muita diferença neste caso.

Em suma, viva-voz é melhor ou igual a envelope fechado no caso de leilões de arte, o que explica por que viva-voz é adotado neste caso.

#### 2.2.1 Aplicação Prática 2: maldição do vencedor – o caso do Pré-sal

O novo marco regulatório do petróleo promoveu mudanças importantes. Quase todas são pouco fundamentadas em teoria de leilões e parecem ruins para a receita do leiloeiro.

Há um competidor com mais informação do que os outros sobre o valor dos blocos do pré-sal: a Petrobras. A maldição do vencedor pode ser especialmente importante para agentes que não estejam no mesmo consórcio da Petrobras. De fato, por ter sido a descobridora do pré-sal, é provável que a Petrobras tenha mais informação sobre características relevantes para um explorador. Vencer um consórcio que tenha a Petrobras pode ser péssima notícia: poderá dizer que se sobre-estimou o valor do bloco em relação a um *player* que tinha melhor informação. As empresas, em geral, são racionais e, com menores lances, tentam se proteger da possibilidade da maldição e isso pode se manifestar da pior forma possível: na decisão de não participar. De fato, o exemplo de Libra sugere isso: ou se entra em consórcio com a Petrobras ou não se entra.

### 2.3 Aplicação Prática 3: os leilões de busca da Google

O mercado de anúncios de internet é fascinante. A forma pela qual ele evoluiu pode ser encontrada, por exemplo, no artigo “*Internet Advertising and the Generalized Second Price Auction: Selling Billions of Dollars Worth of Keywords*”. Uma curiosidade: nos nove primeiros meses de 2014, a receita do Google foi de 47,9 bilhões de dólares. Como diz Hal Varian, o economista-chefe da empresa, “*what most people don’t realize is that all that comes at pennies at a time*”. De fato, 90% dessa receita veio de leilões de anúncios.

Ao digitarmos “tênis de corrida” na página de busca do Google, fazemos com que um leilão *instantâneo* tome lugar com lances feitos por diversos anunciantes em diferentes lugares. De fato, onde se lê “Anúncios” – os primeiro *links* e o lado direito da tela – a ordenação é feita através de um leilão: vendedores de tênis fazem lances pela palavra-chave “tênis de corrida” de uma busca. O lance corresponde a quanto estão dispostos a pagar ao Google *por clique* que venham a receber. O Google mistura essa disposição a pagar com outras variáveis para chegar a um lance. O algoritmo funciona da seguinte forma: cada anunciante comunica um lance por clique – digamos  $b_j$  para o anunciante  $j$ . O Google tem um *relevance estimate*  $r_j$  para cada anunciante  $j$ . O *relevance estimate* mistura a *organic relevance* do anunciante – que nada mais é que a posição no ranking não pago –; medidas de conversão (quando disponíveis) que capturam a probabilidade de venda dado um clique; medidas de segurança; desempenho anterior de seus anúncios, ou seja, o histórico do anunciante com o *sponsored link*; entre outras coisas.

Feito isso, eles computam o *weighed bid* de cada anunciante  $j$  de maneira multiplicativa:  $r_j * b_j$

O Google, então, ordena os anunciantes por *weighed bid* e aloca um determinado número de *slots* em ordem crescente: quem teve o maior *weighed bid* ocupa o primeiro *slot* e assim por diante.

Os pagamentos são feitos da seguinte forma: cada anunciante  $j$  paga o mínimo necessário para mantê-lo na sua posição. Ou seja, o anunciante  $j$  paga  $p_j$  tal que:

$$p_j * r_j = b_{j-1} * r_{j-1}$$

Embora haja diferenças estratégicas relevantes, o princípio é o mesmo de um leilão de segundo preço: o vendedor de um *slot* paga o preço que independe do seu lance. Por isso, esse mecanismo é chamado do Leilão de Segundo Preço Generalizado.

Também é interessante notar que o algoritmo do Google não leva em conta somente o pagamento monetário unitário. A relevância do anunciante também é levada em conta, maximizando assim a receita total e não a receita por clique. Além de maximizar sua receita, esse mecanismo mantém a essência de sua origem: uma plataforma dupla, onde o valor para os anunciantes depende da quantidade de usuários da ferramenta de busca. E o valor para os usuários depende da qualidade – medido por relevância – dos anunciantes. Apesar de o

anunciante ser o gerador de receita, o Google também leva em conta o valor para o usuário. Afinal, a receita futura dependerá de quantos usuários utilizarem a ferramenta de busca e esse número depende, é claro, do valor da plataforma para os usuários.

### 3. Lições para desenhos de leilões

#### 3.1 Lição 1: lances mínimos

*O desenho adequado de lances mínimos aumenta a receita esperada do leiloeiro mesmo quando as valorações são privadas.*

Há formas de o leiloeiro – um monopolista – aumentar o preço? Sim, e esse é um aspecto do desenho de leilões que é relevante mesmo com valores privados. O leiloeiro pode aumentar sua receita esperada introduzindo lances mínimos. Ao fazê-lo, ele garante que o vencedor tenha que fazer um lance não só maior que a segunda maior valoração, mas também maior que o lance mínimo. Note-se que isso aumenta a receita do leiloeiro em situações nas quais a segunda maior valoração é baixa. Mas, como sempre, há um custo em fazê-lo: haverão situações nas quais a maior valoração será menor que o lance mínimo e não sairá negócio. Sendo a maior valoração superior ao valor do bem para o vendedor, não sair negócio é ineficiente e tem, obviamente, repercussões sobre a receita. No entanto, os ganhos de induzir maior receita em situações nas quais a segunda maior valoração é baixa tendem a ser maiores que os custos.<sup>13</sup>

#### 3.2 Lição 2: estimulando competição

*Estimular competição no leilão aumenta a eficiência e a receita esperada. Desenhos com regras mais simples, que façam com que seja fácil para o participante fazer um lance, estimularão participação.*

Competição é um aspecto relevante mesmo quando os valores são privados. É importante que o leilão induza participação significativa de potenciais interessados, o que estimulará competição e aumentará a receita do leiloeiro. Em média, a segunda valoração de um *pool* de 100 compradores será maior que a de um *pool* de 10 compradores<sup>14</sup>. Para tal, algo que não foi mencionado até agora é de vital importância: as regras devem fazer com que seja fácil para um participante fazer um lance. Na prática, é difícil fazer o exercício de *valuation* para estimar quanto vale o objeto. Alguns leilões exigem ainda mais: estimativas precisas a respeito do comportamento dos oponentes. Pense, por exemplo, num leilão de primeiro preço em

---

<sup>13</sup>No jargão de microeconomia, o lance mínimo distorce o consumo do comprador marginal para que o leiloeiro possa cobrar mais do comprador inframarginal (aquele que compraria “de qualquer maneira”). Ou seja, para conseguir cobrar mais daqueles que comprariam de qualquer forma, o leiloeiro, ao colocar um lance mínimo alto, faz com que, às vezes, o bem não seja vendido.

<sup>14</sup>Um benefício adicional de se ter um grande *pool* de potenciais compradores é que isso dificulta o conluio entre eles.

envelope fechado e valorações privadas: um participante, para obter bons resultados, precisa tentar inferir quais serão os lances feitos pelos oponentes. Compare isso com um leilão inglês; nele, tudo que é requerido do participante é que saiba sua valoração, uma vez que a estratégia a seguir é óbvia: mantenha-se no leilão somente se o preço corrente for menor que sua valoração. O leilão inglês, ao requerer menos dos participantes, induzirá maior entrada, maior concorrência e, conseqüentemente, maior receita esperada para o leiloeiro. Essa é uma das razões que torna o leilão inglês o mais comumente utilizado na vida cotidiana.

### 3.3 Lição 3: revelar informação é bom

*Em leilões de bens para os quais os participantes tenham valorações comuns e onde exista incerteza a respeito dessas valorações, duas características aumentam a receita esperada do leiloeiro: a) uma política de revelar informações sobre o valor do objeto; b) uso de desenhos que aumentem o conjunto de informação dos participantes.*

Na maioria dos casos práticos, não é razoável supor que os valores são privados e independentes. É normal haver muita incerteza quanto ao valor do “objeto”. Quanto de petróleo há no campo? Quanto valem os ativos da empresa? Além disso, em geral há um componente comum nas valorações dos participantes: qualquer explorador do pré-sal se deparará com o mesmo preço para petróleo; todos os participantes de um IPO se depararão com o mesmo fluxo de dividendos a ser pago pela empresa em questão. Neste caso dizemos que as valorações são comuns ou interligadas.

Sob essas duas circunstâncias – componentes comuns de uma valoração incerta do objeto – vencer pode ser má notícia: em relação aos vencidos, é possível que o vencedor tenha superestimado o valor do bem, ou seja, o vencedor pode sofrer a maldição do vencedor. Participantes racionais anteciparão a possibilidade da maldição do vencedor e relutarão em utilizar sua própria estimativa de maneira muito agressiva. Como resultado, teremos lances menores.

O TER deixa de valer quando há incerteza quanto às valorações e quando há um componente comum nelas. Neste caso, desenhos e políticas por parte do leiloeiro que aumentem a confiança dos participantes em suas estimativas aumentarão a receita. Um exemplo simples de política que o leiloeiro pode adotar é se comprometer a revelar *qualquer* informação que tenha a respeito do objeto sendo leilado.<sup>15</sup>

Comparemos, por exemplo, o leilão de segundo preço de envelope fechado com o leilão inglês viva-voz. Em ambos os casos, os participantes procederão fazendo lances iguais ao valor esperado que atribuam ao bem. Mas, agora, saber o valor que os outros atribuem ajuda o participante a aferir o valor do bem. Diferentemente do caso de VPI (Valores Privados Independentes), dar informação ao participante tem valor, pois aumenta a confiança em sua

---

<sup>15</sup>Formalmente, qualquer informação “afiliada” com as valorações dos participantes; afiliação é uma forma mais forte de correlação.

estimativa, diminuindo o temor da maldição do vencedor. Nos leilões viva-voz, os participantes escutam os lances dos outros concorrentes, adquirindo assim informação. Intuitivamente, ficam, então, mais confiantes. Imaginemos um participante que tenha recebido um sinal de que o valor do bem é alto. Ao ouvir outros participantes darem lances agressivos, ele ficará mais confiante de que o bem de fato vale, o que aumentará sua agressividade. No fim, essa maior agressividade se manifestará em maior receita para o leiloeiro. No leilão de envelope fechado ele não escutará outros lances, o que diminuirá sua confiança, reduzindo sua agressividade.

Mas e se o participante escutar outros lances baixos? Isso não diminui sua confiança, reduzindo sua agressividade? Neste caso, não seria melhor para o leiloeiro um leilão de envelope fechado? Assim, poderia pegar o desafortunado que recebeu um sinal de que o bem vale muito? Não! A falha desse raciocínio está em ignorar a maldição do vencedor. O participante, se vencer, terá que se preocupar com a maldição do vencedor: levei porque os outros acharam que valia pouco. Sendo racional, incorpora isso na hora de fazer o lance. A possibilidade de sofrer da maldição do vencedor faz o participante descontar seu sinal em um leilão de envelope fechado. Em suma, é preciso mais do que um desafortunado: é necessário um distraído, ou leigo em teoria dos leilões, para que o leilão de envelope fechado produza maior receita.

É a violação da suposição de valorações privadas (i.e., não relacionadas) que torna inaplicável o Teorema de Equivalência de Receita e, por isso – com valores relacionados – os leilões de viva-voz superam, em termos de receita esperada do leiloeiro, os leilões de envelope fechado.

Pela mesma razão que o leilão viva-voz é melhor que o de envelope fechado, o leiloeiro deveria se comprometer a revelar toda e qualquer informação que tenha a respeito do objeto. Ao dar aos participantes mais estimativas de quanto vale o objeto, o leiloeiro induzirá o participante a usar sua estimativa com mais confiança ao fazer seu lance. De fato, toda e qualquer forma de fazer com que os participantes vinculem seus lances à informação que tenham (sua estimativa, por exemplo) aumenta a receita esperada. Esse é o *Linkage Principle*.

#### **4. Leilões de várias unidades**

Em inúmeras situações de interesse, vários objetos são leiloados. Dois exemplos comuns no mercado financeiro são títulos do governo e ações em ofertas públicas iniciais. Durante muito tempo, o interesse de economistas esteve voltado a entender propriedades de mecanismos específicos nos quais essas unidades eram vendidas. Um exemplo: os leilões de preço uniforme em envelope fechado normalmente utilizado para se vender títulos do governo. Neste leilão, os participantes submetem, em um envelope fechado, uma função demanda (a combinação de quantidades e preços aos quais estão disposto a comprar tais unidades) e o leiloeiro, a partir das demandas individuais, constrói uma função demanda agregada. As quantidades e o preço de venda são obtidos da forma usual, igualando-se a oferta, definida a

*priori* pelo leiloeiro, e a demanda agregada. Um exemplo de pergunta que economistas se faziam é: em tal mecanismo, quais os incentivos dos agentes de, estrategicamente, reduzir sua demanda de forma a induzir preços de venda baixos (*yields* altos)? Quão importante é esse incentivo?

Essas questões já eram abordadas por outros ramos do mundo acadêmico, como, por exemplo, Organização Industrial, de modo que as respostas a essas perguntas não requereram a atenção dada aos problemas de leilão de uma unidade que discutimos acima.

De fato, economistas achavam que já sabiam tudo sobre leilões (“tudo”, aqui, sintetizado nas três lições da Seção 2) quando o Presidente Bill Clinton alterou a legislação e deu a *Federal Communications Commission* (FCC) o direito de leiloar licenças para se operar faixas de espectro. A mudança foi significativa: antes dessa nova legislação, os direitos eram sorteados através de uma loteria. As melhorias sobre a eficiência – a chance dos operadores mais aptos obterem as licenças – e receita foram, para dizer o mínimo, enormes.

Paul Milgrom e outros economistas foram chamados a desenhar, do zero, esse novo mercado. A lição 3 balizou a primeira escolha: o desenho seria um mecanismo de lances ascendentes em viva-voz, uma vez que prover participantes com mais informação mitiga a maldição do vencedor. Mas ainda sobrava a questão de como fazê-lo: as licenças deveriam ser leiloadas uma a uma, de maneira sequencial, ou todas ao mesmo tempo?

Imagine uma situação na qual as diferentes licenças sejam leiloadas em sequência. Um participante que queira levar, por exemplo, somente uma licença fará, no primeiro leilão, um lance pela licença sendo vendida sem saber o preço ao qual poderia comprar outras licenças mais tarde. Difícil imaginar que o participante tenha uma estratégia ótima (o que torna participação difícil e viola a lição 2 listada acima) e que se sinta confiante para fazer lances agressivos. Se, em vez disso, as licenças forem vendidas simultaneamente, o participante se confrontará, em cada rodada de um leilão ascendente, com os preços relativos das licenças e poderá migrar de licenças relativamente mais caras para licenças mais baratas. Isso tem dois benefícios. Por um lado, aumenta a eficiência, via esse procedimento de “arbitragem”. Por outro, ao permitir que os participantes observem todos os preços, faz com que tenham confiança para fazer seus lances.

Fazendo uso dos dois pontos acima, o desenho escolhido – e chamado pelos autores de Leilão Simultâneo Ascendente – foi um no qual as licenças eram vendidas simultaneamente, em rodadas nas quais os preços ascendiam para objetos cujas demandas eram maiores que oferta até que igualdade entre oferta e demanda fosse obtida em todas as licenças.<sup>16</sup> O que o New York Times chamou de “The Greatest Auction Ever”

---

<sup>16</sup>Alguns detalhes adicionais foram incorporados ao mecanismo como, por exemplo, uma regra de atividade que exigia que, para ser elegível a fazer participar num *round* *t*, um participante tivesse que ter feito lances (provisoriamente) vencedores em rounds anteriores. O intuito era duplo: i) garantir que o leilão não se estendesse de maneira indefinida e ii) evitar que os participantes usassem a possibilidade de diferir lances “sérios” com o intuito de esconder sua disposição a pagar de oponentes. Outra regra introduzida foi a de encerramento do leilão, que foi pensada para minimizar as possibilidades de conluio entre participantes (ver Milgrom (2000)).

(<http://www.nytimes.com/1995/03/16/opinion/essay-the-greatest-auction-ever.html>) foi um sucesso, gerando aproximadamente US\$8 bilhões de receita.

O sucesso do leilão fez com que novos mercados fossem desenhados como leilões de várias unidades. Além do leilão de faixas de espectro, dois exemplos proeminentes são: leilões de energia em diversos lugares do mundo e os leilões de provisão de liquidez durante a crise de 2007-2008 conduzidos pelo Banco da Inglaterra, que discutiremos em detalhe abaixo.

Adicionalmente, a percepção de que em vários contextos práticos a hipótese fundamental para o bom desempenho do leilão simultâneo ascendente – de que os bens leiloados são substitutos – não vigora, fez com que novos desenhos fossem criados e implantados em problemas práticos de interesse.<sup>17</sup> A razão é a seguinte. Em um leilão no qual os preços ascendam e diferentes objetos sejam percebidos como complementares, os participantes estarão sujeitos a um problema de exposição. Pense em um participante que precise dos ativos A e B e, numa dada rodada de um leilão ascendente, seja o vencedor provisório do ativo A. Se, em rodadas posteriores, o preço do ativo B subir de maneira significativa e de forma a inviabilizar a sua compra por parte do participante em questão, ele terá se colocado na posição de possivelmente levar um ativo que, sozinho, não lhe gera valor. Essa situação descreve o problema de exposição por parte de participantes que considerem bens num leilão como complementares. Para evitar o problema de exposição, os participantes farão lances de maneira mais conservadora mesmo em um leilão simultâneo ascendente.

A forma de minimizar o problema de exposição é permitir que os participantes façam lances por quaisquer combinações de objetos. Ao fazê-lo, o participante, no exemplo do parágrafo acima, poderá, em última instância, fazer *dois* lances para o ativo A. Um que descreva o quanto está disposto a pagar caso só leve o ativo A e outro no qual expresse o quanto está disposto a pagar por A caso também leve o ativo B. Permitir que participantes façam lances para quaisquer combinações de objetos resolve o problema da exposição, mas cria um custo. Num leilão com  $N$  bens, os participantes terão que fazer  $2^N$  lances (um número incrivelmente grande quando o número de objetos é elevado<sup>18</sup>), o que torna seu problema bastante mais complexo.<sup>19</sup> Uma forma de reduzir o número de lances é fazer com que objetos suficientemente similares sejam tratados como idênticos. Reconciliar simplicidade no desenho de um leilão com formas de proteger os participantes do problema de exposição e,

---

<sup>17</sup>Para um comprador, os bens A e B são substitutos se um aumento no preço do bem A induzir um aumento da demanda pelo bem B. Bens A e B são complementares se o aumento de preço do bem A induz uma queda da demanda do bem B. Pense no exemplo extremo de pés de sapato direito e esquerdo. Se o pé de sapato direito ficar mais caro, a demanda pelo pé de sapato esquerdo se reduzirá. Esse efeito é tão relevante que, na prática, pés de sapato direito e esquerdo são vendidos como um pacote.

<sup>18</sup> Um exemplo: se houver 30 bens, haverá mais de um bilhão de possíveis lances.

<sup>19</sup> Note-se que o problema do leiloeiro também passa a ser bastante complexo: como computar, entre todos os lances, aquele que maximize sua receita. Para um número grande de objetos, não há computadores aptos a fazer esse cálculo.



simultaneamente, ter um desenho que obtenha bons resultados é um dos problemas na fronteira do conhecimento da Teoria de Leilões.<sup>20</sup>

#### 4.1 Aplicação Prática 4: os leilões de espectro do FCC e o Brasil.

Leilões de espectro são frequentemente realizados pela Anatel no Brasil, como o “leilão do 4G” realizado em junho de 2012. Esse leilão, assim como os anteriores, foi feito de maneira sequencial: licenças foram leiloadas em sequência. Para uma dada licença, o leilão se dava em duas etapas. Na primeira, os participantes faziam lances em envelope fechado. Um critério de qualificação determinava quem participava da segunda etapa, na qual a licença era leiloadada num leilão ascendente de viva-voz.

Do que já vimos, tais regras dificultam a participação dos interessados. Entre outras coisas, em uma dada rodada, o participante deve fazer lances para uma licença sem saber o preço ao qual as outras (necessariamente substitutas, dadas as regras que limitavam o montante de espectro que cada agente poderia obter) serão vendidas. Isso certamente não contribui para receita gerada e a eficiência do resultado final, uma vez que, em resposta a essa incerteza, os agentes tenderão a reduzir seus lances. Essa foi a motivação para a adoção do leilão simultâneo ascendente pela FCC americana: eficiência e receita serão maiores se os agentes puderem ser confrontados com os preços relativos dos objetos.

Há um custo adicional não aparente associado a essa escolha pela Anatel: o esforço em determinar a ordem na qual os objetos serão vendidos, através de negociações com a agência regulatória. Pense numa situação na qual alguns *players*, no caso Claro e Vivo, obrigatoriamente precisem levar alguma licença e outros, TIM e Oi, tenham mais flexibilidade e preferências mais fortes por um dado tipo de licença, no caso licenças menores de 20Mhz. Os últimos *players* se colocarão em posição vantajosa se conseguirem que o regulador venda as suas licenças preferidas por último. A ideia é que, avessos à possibilidade de perder, os primeiros participantes compitam de maneira agressiva para obter licenças nas primeiras rodadas, o que arrefecerá a competição em rodadas futuras. Os reais vencedores do leilão de 4G de 2012 foram aqueles que conseguiram afetar a ordenação das vendas de licenças.

---

<sup>20</sup> Alguns desenhos padrão tem desempenho bastante sofrível quando os bens são complementares. Um exemplo é o chamado leilão de Vickrey, que é uma generalização do leilão de envelope fechado de segundo preço para o caso de vários bens. A possibilidade de conluio entre os participantes do leilão, tema muito atual nas licitações públicas no Brasil, é outra preocupação que, recentemente, tem ocupado os teóricos de leilões quando pensam em desenhos.

## 4.2 Aplicação Prática 5: o uso de leilões pelo Bank of England nas operações de “liquidity insurance”: *The Product Mix Auction*.

Logo após o início da crise financeira em de agosto de 2007, uma corrida contra o banco *Northern Rock* o levou ao colapso em setembro do mesmo ano. Para evitar uma corrida contra o sistema bancário como um todo, o Banco da Inglaterra queria desenhar operações de provisão de liquidez de escopo maior que o usual, o que demandava o aceite de tipos de colateral de menor qualidade. Dado um determinado preço (*yield*), era razoável esperar que os piores colaterais fossem ofertados, ou seja, o Banco enfrentaria um problema de seleção adversa. Como lidar com esse problema e, simultaneamente, prover liquidez irrestrita de maneira rápida? Por serem os mecanismos mais aptos a “descobrirem” preço e, por fazê-lo, também mais aptos a alocar bens de maneira eficiente, leilões eram a resposta a esse difícil problema. Mas como desenhá-los?

Tentar classificar diferentes tipos de colateral e rodar leilões de liquidez em sequência não parecia uma boa ideia. Em primeiro lugar, porque o intuito do leilão era que a liquidez fosse provida da maneira eficiente (e com *yields* que refletissem os diferentes riscos) sem que se soubesse *a priori* classificar os diferentes tipos de colateral. De fato, se o Banco da Inglaterra soubesse classificá-lo, o problema de descoberta de preço não seria relevante. Em segundo lugar, o leilão sequencial traria os problemas de eficiência e receita já discutidos. Além disso, em um leilão sequencial, os *players* não saberiam os preços aos quais outros ativos seriam vendidos nas próximas rodadas. Portanto, era necessário que todos os tipos de colateral fossem leiloados de maneira simultânea. A incapacidade de garantir que os potenciais participantes se mantivessem no leilão, por um lado, e o desejo de se evitar possíveis efeitos ao longo do tempo sobre outros mercados de informação provida em diferentes rodadas do leilão, por outro, sugeriam que o leilão fosse feito em uma só rodada.

A solução encontrada pelo economista Paul Klemperer, que auxiliava o Banco da Inglaterra no desenho do leilão, foi replicar as características do Leilão Ascendente Simultâneo descrito na seção anterior, mas adaptando-o ao desenho de envelope fechado. Basicamente, os participantes tinham que dar lances que expressassem a razão de preços aos quais estavam dispostos a vender (trocar) quaisquer dois ativos. Com esses lances, o Banco Inglês construía uma função “oferta” dos participantes e determinava preços e quantidades trocadas de cada ativo igualando a oferta à demanda (construída com o objetivo de injetar determinada quantidade de liquidez no sistema). O leilão foi um sucesso e tem sido usado pelo Banco da Inglaterra até os dias de hoje, conforme descrito na seguinte matéria da *The Economist*:

<http://www.economist.com/blogs/freeexchange/2012/10/microeconomics>.

## Apêndice:

### No leilão de 2º preço de envelope fechado, fazer um lance igual a sua valoração é Equilíbrio de Nash.

Vamos provar primeiro que fazer um lance diferente de sua valoração é fracamente dominado por fazer um lance de sua valoração (ou seja, não importa o que os outros façam você está melhor ou igual fazendo um lance igual a sua valoração). Como corolário disso, todo mundo fazendo lances iguais a sua valoração é Equilíbrio de Nash.

Considere um leilão de 2º preço com envelope fechado. Cada participante dá simultaneamente um lance; o maior lance vence e paga o lance dado pelo segundo colocado. Os *payoffs* são: 0 se perder o leilão e a valoração menos o pagamento se vencer. Temos dois casos:

a) Suponha que você dê um lance maior do que sua valoração. Temos três situações:

- i) Seu lance não é o maior. Logo dá na mesma fazer um lance de sua valoração ou acima.
- ii) Seu lance é o maior e o lance do segundo colocado é maior do que sua valoração. Nesse caso, você claramente estaria melhor fazendo um lance de sua valoração (perderia o leilão e ficaria com zero ao invés de um *payoff* negativo).
- iii) Seu lance é o maior e o segundo maior lance é menor do que sua valoração. Você vence e tem o mesmo *payoff* do que teria se tivesse feito um lance igual a sua valoração.

Logo, fazer uma oferta maior do que sua valoração é fracamente dominado por fazer uma oferta com sua valoração.

b) Suponha que você dê um lance menor do que sua valoração. Isso é claramente fracamente dominado por fazer uma oferta igual a sua valoração porque você não paga seu lance, mas sim o lance do segundo colocado. O máximo que você consegue ao fazer um lance menor que sua valoração é perder o leilão em algumas circunstâncias nas quais você poderia ter vencido com *payoff* positivo.

Portanto, tomar qualquer atitude que não seja fazer um lance igual a sua valoração é fracamente dominado por fazer uma oferta igual a sua valoração.

Em particular, se todos os outros estiverem fazendo ofertas iguais a suas respectivas valorações, você, ao fazer um lance equivalente a sua valoração, estará melhor ou igual a fazer qualquer outra coisa. Logo, todos fazendo lances iguais a suas valorações é Equilíbrio de Nash.



Av. Borges de Medeiros, 633/sala 601 – Leblon  
Rio de Janeiro 22430-041  
Tel.: 55 21 3033-3300  
ri@pagr.com.br



A presente instituição aderiu ao Código ANBIMA de Regulação e Melhores Práticas para os Fundos de Investimento.

Este material tem o único propósito de divulgar informações e dar transparência à gestão executada pela Pacífico Gestão de Recursos, não devendo ser considerado como oferta de venda de cotas de fundos de investimento ou de qualquer título ou valor mobiliário e não constitui o prospecto previsto na Instrução CVM 409 ou no Código de Auto-Regulação da ANBID. Fundos de Investimento não contam com a garantia do administrador do fundo, do gestor da carteira, de qualquer mecanismo de seguro ou, ainda, do Fundo Garantidor de Créditos – FGC. A rentabilidade obtida no passado não representa garantia de rentabilidade futura. Para avaliação da *performance* do fundo de investimento, é recomendável uma análise de, no mínimo, 12 (doze) meses. Os fundos geridos pela Pacífico Gestão de Recursos utilizam estratégias com derivativos como parte integrante de sua política de investimento. Tais estratégias, da forma como são adotadas, podem resultar em significativas perdas patrimoniais para seus cotistas, podendo inclusive acarretar perdas superiores ao capital aplicado e a consequente obrigação do cotista de aportar recursos adicionais para cobrir o prejuízo do fundo. Os fundos geridos pela Pacífico Gestão de Recursos estão autorizados a realizar aplicações em ativos financeiros no exterior. Ao investidor é recomendada a leitura cuidadosa do prospecto e do regulamento do fundo de investimento ao aplicar os seus recursos. Fundos multimercados e fundos de ações podem estar expostos a significativa concentração em ativos de poucos emissores, com os riscos daí decorrentes. As informações divulgadas neste material possuem caráter meramente informativo e não constituem, em nenhuma hipótese, recomendações ou aconselhamentos sobre investimentos. A Pacífico Gestão de Recursos não se responsabiliza pela publicação acidental de informações incorretas, nem por decisões de investimento tomadas com base neste material.